



TÉCNICA

**de Integración por Cambio
de Variable o Sustitución**

...

Cálculo 1

Técnica de Integración por Cambio de Variable o Sustitución

Resumen

La técnica de integración por cambio de variable, también conocida como sustitución, facilita la resolución de integrales complejas mediante la transformación de la integral original en una forma más simple. Es especialmente útil cuando la integral directa es difícil o imposible de calcular.

Ejemplo Resuelto

Ejemplo: Resolver $\int 2x \cdot \sqrt{x^2 + 1} dx$ mediante cambio de variable.

Solución de la Integral por Sustitución

Problema

Calcular la integral $\int 2x \cdot \sqrt{x^2 + 1} dx$ paso a paso utilizando el método de sustitución.

Solución Paso a Paso

1. Identificar la Sustitución Adecuada: Elegimos $u = x^2 + 1$, lo que simplifica la integral al eliminar la raíz cuadrada.

2. Diferencial de u: Tenemos que $du = 2x dx$ lo que coincide exactamente con la parte $2x$ de nuestra integral original.

3. Sustituir y Integrar en Términos de u: La integral se convierte $\int \sqrt{u} du$.

4. Calcular la Integral en Términos de u: $\int \sqrt{u} du = \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}}$.

5. Reemplazar Atrás en Términos de x: Sustituimos u por $x^2 + 1$ para obtener la integral en términos de x .

La integral resultante es:

$$\frac{2}{3} (x^2 + 1)^{\frac{3}{2}} + C$$

donde C es la constante de integración.

Ejemplo Resuelto con Python

```
from sympy import symbols, sqrt, integrate

x = symbols('x')
u = symbols('u')
du_dx = 2*x

# Realizar el cambio de variable
integral_u = integrate(sqrt(u), u)

# Sustituir de vuelta en términos de x
integral_x = integral_u.subs(u, x**2 + 1)

integral_x
```

Ejercicios de Aplicación

1. Encuentra la integral de $\int e^{3x} dx$.

- A) $e^{3x} + C$
- B) $3e^{3x} + C$
- C) $\frac{1}{3}e^{3x} + C$
- D) $e^x + C$

2. Encuentra la integral de $\int \frac{1}{2+2x} dx$.

- A) $\ln |2 + 2x| + C$
- B) $\frac{1}{2} \ln |1 + x| + C$
- C) $\ln |x| + C$
- D) $\frac{1}{2} \ln |2 + 2x| + C$

Soluciones

1. Encuentra la integral de $\int e^{3x} dx$.

- A) $e^{3x} + C$
- B) $3e^{3x} + C$
- C) $\frac{1}{3}e^{3x} + C$ (Correcta)
- D) $e^x + C$

2. Encuentra la integral de $\int \frac{1}{2+2x} dx$.

- A) $\ln |2 + 2x| + C$ (Correcta)
- B) $\frac{1}{2} \ln |1 + x| + C$
- C) $\ln |x| + C$
- D) $\frac{1}{2} \ln |2 + 2x| + C$



PUCE

CENTRO DE EDUCACIÓN VIRTUAL



Encuétranos



Email: soportevirtual@puce.edu.ec / **Teléfonos:** (593) (02) 299 1700 Ext. 2517 y 2518
Av. 12 de Octubre 1076 y Roca. Edificio de la facultad de comunicación, lingüística y literatura 2do. piso