



Profundiza más

Recurso de Profundización

Algunas razones a considerar para integrar con un sistema de coordenadas

1. Forma del dominio de integración

- **Razón:** Si la región a integrar tiene una forma geométrica que se ajusta naturalmente a un sistema de coordenadas, conviene usar ese sistema.
- **Ejemplo:** Si estás modelando un **cilindro de un tanque** en ingeniería mecánica o civil, las coordenadas **cilíndricas** simplifican mucho los límites de integración.

2. Simetría del problema

- **Razón:** Cuando el problema presenta simetría esférica, cilíndrica o rectangular, usar el sistema que coincide con esa simetría puede reducir la complejidad del cálculo.
- **Ejemplo:** Para analizar la **distribución de carga en una esfera metálica** (ingeniería eléctrica), las **coordenadas esféricas** son ideales.

3. Simplicidad de los límites de integración

- **Razón:** Si los límites en cartesianas son complicados, pero en otro sistema son constantes o más simples, vale la pena el cambio.
- **Ejemplo:** En el diseño de **tuberías industriales circulares**, los límites en coordenadas cartesianas pueden ser difíciles, pero en **cilíndricas** se vuelven más manejables.

4. Naturaleza de la función a integrar

- **Razón:** Si la función a integrar incluye expresiones como $x^2 + y^2$, puede simplificarse usando coordenadas cilíndricas (r^2) o esféricas.
- **Ejemplo:** En la **distribución de calor en un reactor nuclear** esférico, la función puede volverse más fácil de integrar en **coordenadas esféricas**.

5. Facilidad de interpretación física

- **Razón:** A veces el sistema de coordenadas permite interpretar más fácilmente magnitudes físicas como masa, centro de masa o momentos de inercia.



Profundiza más

- **Ejemplo:** En ingeniería estructural, al calcular el **momento de inercia** de un pilar cilíndrico, las **coordenadas cilíndricas** facilitan el proceso.

6. Condiciones de frontera o de contorno

- **Razón:** En problemas con condiciones de frontera que dependen del radio o del ángulo, es más práctico usar coordenadas que expresen esas variables directamente.
- **Ejemplo:** Para simular la **presión dentro de un domo geodésico** (estructura hemisférica), usar **coordenadas esféricas** simplifica la formulación.

Aplicaciones

Las aplicaciones de la integral triple son muy variadas, mencionamos algunos ejemplos:

Cálculo de un volumen: Se encuentra realizando $f(x,y,z)=1$, entonces se obtiene el volumen V del dominio de integración.

$$\iiint_V f(x,y,z)dV = \iiint_V 1dV = V(\text{volumen del dominio de integración})$$

Los momentos estáticos de un cuerpo, con respecto a los planos coordenados: El espacio se encuentra formado por tres planos xy , xz , yz . Entonces se dispone de tres momentos, considerando a $\rho(x,y,z)$ como la densidad del cuerpo en el punto (x,y,z) :

$$M_{xy} = \iiint_V \rho(x,y,z)zdx dy dz$$

$$M_{yz} = \iiint_V \rho(x,y,z)x dx dy dz$$

$$M_{xz} = \iiint_V \rho(x,y,z)y dx dy dz$$

Coordenadas del centro de gravedad: Es el punto $(\underline{x}, \underline{y}, \underline{z})$ en el que se considera concentrada la masa de un cuerpo, considerando como M a la masa del cuerpo, las coordenadas se determina como:

$$\underline{x} = \frac{M_{yz}}{M}$$

$$\underline{y} = \frac{M_{xz}}{M}$$

$$\underline{z} = \frac{M_{xy}}{M}$$

Las integrales triples permiten calcular:

- Distribución de temperatura en objetos tridimensionales
- Flujo de calor en estructuras complejas



Profundiza más

- Tiempo de enfriamiento de un objeto