

DOCUMENTO DE PROFUNDIZACIÓN

Microeconomía I

Regla de Oro de la Cobb-Douglas y tres ejercicios aplicados al mercado ecuatoriano

Regla de Oro de la Cobb-Douglas y tres ejercicios aplicados al mercado ecuatoriano

La función Cobb-Douglas $U = x_1^a \cdot x_2^b$ tiene una propiedad extraordinariamente práctica que permite resolver cualquier ejercicio de maximización en segundos, sin necesidad de derivar. Esta propiedad, conocida como la Regla de Oro, establece que el hogar siempre gasta la fracción $a/(a+b)$ de su ingreso en el bien 1 y la fracción $b/(a+b)$ en el bien 2, independientemente de los precios y del nivel de ingreso.

La derivación algebraica es la siguiente: al aplicar la condición de tangencia $TMgS = p_1/p_2$, obtenemos $(a/b)(x_2/x_1) = p_1/p_2$. Reordenando, $p_2 x_2 = (b/a) p_1 x_1$. Sustituyendo en la restricción presupuestaria $p_1 x_1 + (b/a) p_1 x_1 = m$, factorizando $p_1 x_1 (1 + b/a) = m$, simplificando $p_1 x_1 [(a+b)/a] = m$, llegamos a que el gasto en x_1 es $p_1 x_1^* = [a/(a+b)] m$.

Análogamente, el gasto en x_2 es $p_2 x_2^* = [b/(a+b)] m$.

Ejercicio aplicado 1 — Hogar de Cuenca (pollo).

Datos: $U = x_1^{(1/3)} \cdot x_2^{(2/3)}$, $m = \$600$, $p_1 = \$3,50$, $p_2 = \$1$.

Aplicando la Regla de Oro: gasto en $x_1 = (1/3) \times 600 = \200 , por lo tanto $x_1^* = 200/3,50 = 57,14$ kg de pollo. Gasto en $x_2 = (2/3) \times 600 = \400 , entonces $x_2^* = 400/1 = \$400$ en otros alimentos.

Verificación: $3,50 \times 57,14 + 400 = 200 + 400 = \600 . El hogar destina exactamente un tercio del presupuesto al pollo y dos tercios a otros alimentos, sin importar los precios.

Ejercicio aplicado 2 — Hogar de Quito (arroz).

Datos: $U = x_1^{(1/2)} \cdot x_2^{(1/2)}$, $m = \$900$, $p_1 = \$0,80$, $p_2 = \$1$.

Gasto en $x_1 = (1/2) \times 900 = \450 , entonces $x_1^* = 450/0,80 = 562,5$ kg de arroz. Gasto en $x_2 = (1/2) \times 900 = \450 , entonces $x_2^* = \$450$ en otros alimentos.

Con exponentes iguales ($a = b$), el hogar divide el presupuesto exactamente por la mitad entre ambos bienes.

Verificación: $0,80 \times 562,5 + 450 = 450 + 450 = \900 .

Ejercicio aplicado 3 — Hogar de Guayaquil (carne de res).

Datos: $U = x_1^{(2/5)} \cdot x_2^{(3/5)}$, $m = \$1.200$, $p_1 = \$5,00$, $p_2 = \$1$.

Gasto en $x_1 = (2/5) \times 1.200 = \480 , entonces $x_1^* = 480/5 = 96$ kg de carne. Gasto en $x_2 = (3/5) \times 1.200 = \720 , entonces $x_2^* = \$720$ en otros alimentos.

El hogar destina el 40% a carne y el 60% a otros alimentos.

Verificación: $5 \times 96 + 720 = 480 + 720 = \1.200 .

En los tres ejercicios, la proporción del gasto se mantiene idéntica aunque cambien precios e ingresos: esta es la firma de la Cobb-Douglas y la razón por la cual es la función de utilidad más utilizada en aplicaciones empíricas.

Figura 6.

Regla de oro Cobb-Douglas aplicada a tres hogares del Ecuador con datos de mercado 2024.

Regla de Oro para la Función Cobb-Douglas $U = x_1^a \cdot x_2^b$

$x_1^* = (a/(a+b)) \times m / p_1 \rightarrow$ el hogar gasta siempre la fracción $a/(a+b)$ de m en el bien 1

$x_2^* = (b/(a+b)) \times m / p_2 \rightarrow$ el hogar gasta siempre la fracción $b/(a+b)$ de m en el bien 2

EJERCICIO 1: $U = x_1^{(1/3)} \cdot x_2^{(2/3)}$, $m = \$600$, $p_1 = \$3,50$, $p_2 = \$1$ (Hogar Cuenca — pollo)

Gasto en x_1 : $(1/3) \times 600 = \$200 \rightarrow x_1^* = 200/3,50 = 57,14$ kg de pollo

Gasto en x_2 : $(2/3) \times 600 = \$400 \rightarrow x_2^* = 400/1 = \400 otros alimentos ✓

EJERCICIO 2: $U = x_1^{(1/2)} \cdot x_2^{(1/2)}$, $m = \$900$, $p_1 = \$0,80$, $p_2 = \$1$ (Hogar Quito — arroz)

Gasto en x_1 : $(1/2) \times 900 = \$450 \rightarrow x_1^* = 450/0,80 = 562,5$ kg de arroz

Gasto en x_2 : $(1/2) \times 900 = \$450 \rightarrow x_2^* = \450 otros alimentos ✓

EJERCICIO 3: $U = x_1^{(2/5)} \cdot x_2^{(3/5)}$, $m = \$1.200$, $p_1 = \$5,00$, $p_2 = \$1$ (Hogar Guayaquil — carne res)

Gasto en x_1 : $(2/5) \times 1200 = \$480 \rightarrow x_1^* = 480/5 = 96$ kg de carne

Gasto en x_2 : $(3/5) \times 1200 = \$720 \rightarrow x_2^* = \720 otros alimentos ✓

Nota. Elaboración propia (Martínez Dobronsky, J., 2026), utilizando Claude.