

DOCUMENTO DE PROFUNDIZACIÓN

Microeconomía I

Guía de Resolución para los cuatro tipos de función de utilidad

Guía de Resolución para los cuatro tipos de función de utilidad

Este recurso de creación propia es una guía paso a paso para que el estudiante identifique qué tipo de función tiene en un ejercicio y aplique el método correcto de resolución. La capacidad de reconocer el tipo de función es fundamental porque cada tipo requiere un procedimiento diferente.

Para la función Cobb-Douglas ($U = x_1^a \cdot x_2^b$): el método es aplicar directamente la Regla de Oro. Gasto en $x_1 = [a/(a+b)] m$; gasto en $x_2 = [b/(a+b)] m$. La solución siempre es interior ($x_1^* > 0$ y $x_2^* > 0$). Las curvas de indiferencia son hipérbolas convexas.

Para sustitutos perfectos ($U = ax_1 + bx_2$): el método es comparar a/p_1 con b/p_2 . Si $a/p_1 > b/p_2$, el consumidor gasta todo en x_1 (esquina). Si $a/p_1 < b/p_2$, gasta todo en x_2 . Si $a/p_1 = b/p_2$, cualquier combinación sobre la recta es óptima (infinitas soluciones). Las curvas de indiferencia son líneas rectas.

Para complementarios perfectos ($U = \min(ax_1, bx_2)$): el método es igualar $ax_1 = bx_2$ (vértice de la L) y sustituir en la restricción presupuestaria. Se obtiene $x_1^* = bm / (a p_2 + b p_1)$. La solución siempre está en el vértice: no hay beneficio en tener más de un bien si no se incrementa proporcionalmente el otro.

Para la cuasilineal ($U = v(x_1) + x_2$ con $v' > 0$ y $v'' < 0$): el método es igualar $v'(x_1) = p_1/p_2$ para encontrar x_1^* , luego calcular $x_2^* = (m - p_1 x_1^*) / p_2$. Se debe verificar que x_2^* sea mayor o igual a cero; si no lo es, la solución es de esquina con $x_2^* = 0$ y $x_1^* = m/p_1$.

Ejemplo de aplicación: Sustitutos perfectos — Dos marcas de aceite en un hogar de Ambato.

Datos: Un hogar de Ambato tiene la función de utilidad $U = 2x_1 + 3x_2$, donde x_1 = litros de aceite marca A ($p_1 = \$2,50$) y x_2 = litros de aceite marca B ($p_2 = \$3,00$). El presupuesto mensual para aceite es $m = \$30$. Como se trata de

sustitutos perfectos ($U = ax_1 + bx_2$ con $a = 2$ y $b = 3$), el método correcto es comparar la utilidad marginal por dólar de cada bien.

Resolución paso a paso: Calculamos $a/p_1 = 2/2,50 = 0,80$ (utilidad por dólar gastado en marca A). Calculamos $b/p_2 = 3/3,00 = 1,00$ (utilidad por dólar gastado en marca B). Como $b/p_2 = 1,00$ es mayor que $a/p_1 = 0,80$, cada dólar rinde más utilidad en la marca B. Por lo tanto, la solución es de esquina: el hogar gasta TODO en marca B. Resultado: $x_1^* = 0$ litros de marca A, $x_2^* = m/p_2 = 30/3 = 10$ litros de marca B. Verificación: $2,50 \times 0 + 3,00 \times 10 = \$30 = m$. La utilidad alcanzada es $U = 2(0) + 3(10) = 30$. Si hubiera gastado todo en marca A: $x_1 = 30/2,50 = 12$ litros, $U = 2(12) + 3(0) = 24$, que es menor que 30. Conclusión: la marca B genera más satisfacción por dólar, por lo que el consumidor racional compra exclusivamente esa marca.

Tabla 6.

Método de resolución del óptimo del consumidor para los cuatro tipos de función de utilidad

Función	¿Cómo encontrar el óptimo?	Tipo de solución	Ejemplo Ecuador
Cobb-Douglas $U = x_1^a \cdot x_2^b$	Regla de oro: $x_1^* = (a/(a+b)) \cdot m/p_1$ y $x_2^* = (b/(a+b)) \cdot m/p_2$. Sin necesidad de derivar.	Interior siempre ($x_1^* > 0$ y $x_2^* > 0$)	Hogar: arroz + otros alimentos
Sustitutos perfectos $U = ax_1 + bx_2$	Comparar a/p_1 con b/p_2 . Si $a/p_1 > b/p_2$: gasta todo en x_1 (esquina). Si $a/p_1 < b/p_2$: gasta todo en x_2 .	Esquina (salvo $a/p_1 = b/p_2$)	Dos marcas de aceite: compra la más barata
Complementarios perfectos $U = \min(ax_1, bx_2)$	Vértice: $ax_1 = bx_2 \rightarrow$ $x_1 = bm/(ap_2 + bp_1)$; $x_2 = am \cdot p_1/(ap_2 + bp_1) \cdot (b/a)$. [o simplificar desde $ax_1^* = bx_2^*$]	Vértice de la L (única solución eficiente)	Café y azúcar en proporción fija (1 taza = 2 cucharadas)

Cuasilineal $U=v(x_1)+x_2$	Igualar $v'(x_1)=p_1/p_2$ para encontrar x_1^* ; luego $x_2^*=(m-p_1 \cdot x_1^*)/p_2$. Verificar que $x_2^* \geq 0$.	Interior si m suficientemente grande; esquina en x_2 si m es pequeño	Agua potable + resto del presupuesto
-------------------------------	---	--	--------------------------------------

Nota. Elaboración propia (Martínez Dobronsky, J., 2026).